

集合

1 集合中元素的互异性的应用

例题：已知集合 A 中的三个元素 $1, 0, x$ ，若 $x^3 \in A$ ，求实数 x 的值

答案：-1

变式训练：

若将上题中“ $x^3 \in A$ ”改为“ $x^2 \in A$ ”，求实数 x 的值

答案：-1

注意考虑集合元素的互异性

2、根据集合的包含关系求参数

例题 1：已知集合 $A = \{x | 1 < ax < 2\}$, $B = \{x | -1 < x < 1\}$ ，满足 $A \subseteq B$ 的实数 a 的取值范围

答案： $\{a | a = 0, \text{ 或 } a \geq 2, \text{ 或 } a \leq -2\}$

规律方法：

- (1) 分析集合关系时，首先要分析、简化每个集合。
- (2) 此类问题通常借助数轴，利用数轴分析法，将各个集合在数轴上表示出来，以形定数，还要注意验证断点值，做到准确无误，一般含“=”用实心点表示，不含“=”用空心点表示
- (3) 此类问题还应注意“空集”这一“陷阱”，尤其是集合中含有字母参数时，初学者会想当然认为非空集合而丢解，因此分类讨论思想是必须的

变式训练：

已知集合 $A = \{x | -3 \leq x \leq 4\}$, $B = \{x | 2m - 1 < x < m + 1\}$ 且 $B \subseteq A$ ，求实数 m 的取值范围

答案： $m \geq -1$

例题 2、若

$A = \{x | x^2 - 2mx + m^2 - m + 2 = 0\}$, $B = \{x | x^2 - 3x + 2 = 0\}$ ，且 $A \subseteq B$ ，求实数 m 的取值范围

答案： $m \leq 2$

变式训练：

已知 $A = \{x|x^2 + 4x = 0\}$, $B = \{x|x^2 + 2(a+1)x + a^2 - 1 = 0\}$ 若 $B \subseteq A$, 求 a 的取值范围

答案： $a = 0$ 或 $a \leq -1$

3、已知集合的交集、并集求参数

例题 1: (1) 设集合 $A = \{a^2, a+1, -3\}$, $B = \{a-3, 2a-1, a^2+1\}$, $A \cap B = \{-3\}$, 求实数 a

(2) 若集合 $A = \{1, 3, x\}$, $B = \{1, x^2\}$, $A \cup B = \{1, 3, x\}$, 求满足条件的实数 x

答案：(1) $a = -1$ (2) $x = \pm\sqrt{3}$ 或 $x = 0$

变式训练：

设集合 $A = \{|a+1|, 3, 5\}$, 集合 $B = \{2a+1, a^2+2a, a^2+2a-1\}$

当 $A \cap B = \{2, 3\}$ 时, 求 $A \cup B$

答案： $\{-5, 2, 3, 5\}$

规律方法：有限集的运算结果求参数值的问题，一般先用观察法得到不同集合中元素之间的关系，在列方程组求解。处理有关含参数集合问题时，要注意对求得的结果进行检验。

例题 2: 已知集合 $A = \{x|x < -1 \text{ 或 } x > 4\}$, $B = \{x|2a \leq x \leq a+3\}$ 求若 $A \cap B = B$ 实数 a 的取值范围

答案： $a < -4$ 或 $a > 2$

规律方法：(1) 利用集合的交集、并集性质解题时，常常会遇到 $A \cap B = A$, $A \cup B = B$ 等这类问题时，解答时常转换成集合间的关系去分析，如 $A \cap B = A \Leftrightarrow A \subseteq B$, $A \cup B = B \Leftrightarrow A \subseteq B$ 解答时灵活处理

(2) 当集合 $B \subseteq A$ 时，如果集合 A 是一个确定的集合，则集合 B 不确定时，运算时要考虑 $B = \emptyset$ 的情况切不可漏掉。

变式训练已知集合 $A = \{x|-3 < x \leq 4\}$, $B = \{x|k+1 \leq x \leq 2k-1\}$

(1) $A \cup B = A$ 求 k 的取值范围

(2) $A \cap B = A$ 求 k 的取值范围

答案：(1) $k \leq \frac{5}{2}$ (2) $\emptyset$

4、补集思想的综合应用

例题：已知集合 $A = \{x | x^2 - 4x + 2m + 6 = 0\}$, $B = \{x | x < 0\}$ 若 $A \cap B \neq \emptyset$, 求实数 m 的取值范围

答案： $m < -3$

变式：设全集 $U = \mathbb{R}$, $M = \{x | 3a < x < 2a + 5\}$, $P = \{x | -2 \leq x \leq 1\}$

若 $M \subset C_{\mathbb{R}} P$, 求实数 a 的取值范围

答案： $a \geq \frac{1}{3}$ 或 $a \leq -\frac{7}{2}$

条件分析：已知集合 A 含有参数，集合 B 是确定的集合，需要将集合 A 的各种情况考虑清楚。